Korte berichten

Meer over de Corioliskracht

HUUG VAN DEN DOOL

In het decembernummer van Meteorologica 2008 stond een prima artikel over (de geschiedenis van) de Corioliskracht. Dat is bijzonder want de uitleg van de Corioliskracht leidt heel vaak tot misverstanden, die tot aan de dag van vandaag voortduren (Persson 1998, 2005 en 2006). In het artikel van Theo Gerkema staat geen enkel onjuist woord (voor zover ik dat kan beoordelen), en ook allerlei historisch nieuws (althans voor mij). Aanbevelenswaardig lesmateriaal ook. Hij schrijft over de vier Coriolistermen die in de drie componenten van de bewegingsvergelijkingen optreden. Ik citeer (met weglating van enkele termen) de drie vergelijkingen van pagina 28 van Holton's eerste druk uit 1972:

$$\frac{du}{dt} = -\alpha \frac{\partial p}{\partial x} + \underbrace{fv}_{\text{term 3}} - \underbrace{ew}_{\text{term 4}} \qquad (1)$$

$$\frac{dv}{dt} = -\alpha \frac{\partial p}{\partial y} - \underbrace{fu}_{\text{term 1}} \qquad (2)$$

$$\frac{dw}{dt} = -\alpha \frac{\partial p}{\partial z} - g + \underbrace{eu}_{\text{term 2}} \qquad (3)$$

waarbij u, v en w de zonale, meridionale en verticale snelheidscomponenten zijn, overeenkomend met de Cartesische coördinaten x, y en z (omhoog is positief), t is tijd, p is de druk, α is specifiek volume, g is de versnelling van de zwaartekracht, $f=2\Omega\sin\varphi$ en $e=2\Omega\cos\varphi$, φ is de geografische breedte en Ω de rotatie van de aarde. De termen 1 t/m 4 zijn aangegeven zoals bedoeld door Gerkema.

Gerkema merkt op dat de termen 2 en 4 voor de meeste lezers onbekend zullen zijn. Nou, ik hoop dat DAT niet waar is. Iedere meteoroloog die met het boek van Holton is opgevoed (na 1972 zeg maar) moet hierover gehoord hebben. Zelf heb ik heel wat NVBM-ers in de klas gehad tijdens lessen dynamische meteorologie; hopelijk was dat niet allemaal verspilde energie. Ik liet de klas uitrekenen hoeveel een kist zure appelen in de trein van Den Haag naar Utrecht op de heenweg minder weegt dan tijdens het retourtje.

Holton was natuurlijk niet de eerste die de vergelijkingen 1-3 zo opschreef. Ik citeer ze uit zijn boek omdat nu al meer dan een generatie meteorologen als student met dat leerboek (inmiddels vierde druk) vertrouwd is geraakt.

De vraag is natuurlijk wel waarom de termen 2 en 4 zolang zijn weggelaten; ook in Holton's boek verdwijnen ze spoedig na introductie. Dat komt, in de meteorologie althans, door een samenloop van twee geheel verschillende overwegingen, en dat hoort een beetje bij de geschiedenis van de Corioliskracht. De eerste reden is dat zolang we het hydrostatisch evenwicht aannemen, dat wil zeggen de derde vergelijking versimpelt tot

$$0 = -\alpha\, \partial p / \partial z - g$$

term 2 bij wijze van spreken "verdwijnt". De tweede omstandigheid is dat fysische principes zoals het behoud van energie e.d. hebben geleid tot het streven naar energetische consistentie in het bouwen van atmosfeermodellen. Zoals opgemerkt door Gerkema verricht de Corioliskracht geen arbeid (staat loodrecht op de snelheidsvector) en mag dus geen bron van kinetische energie zijn. Inderdaad, als we de vergelijkingen 1-3 met respectievelijk u, v en w vermenigvuldigen en het resultaat optellen dwz we krijgen dK/dt=..... (waar K=1/2*(u*u+v*v+w*w), dan vallen alle Coriolistermen er uit. Maar als term 2 al verdwenen is (als gevolg van het hydrostatisch evenwicht) begint term 4 plotseling 'arbeid' te verrichten. Vandaar dat ook term 4 meestal werd geschrapt. Een wel erg radicale oplossing voor een energetisch inconsistentie; iets subtielers bleek later mogelijk (zie White en Bromley 1988, 1995), maar dit is nog steeds niet algemeen ingevoerd.

Het hydrostatisch evenwicht plus energetische consistentie is niet helemaal hetzelfde als de vaststelling (mogelijk al door Laplace zelf) dat de atmosfeer (of oceaan) maar een dun schilletje is rondom die grote vaste aarde. De meteorologie raakt al eeuwen in een spagaat omdat het hydrostatisch evenwicht een van de meest acceptabele vereenvoudigingen lijkt te zijn, en we toch tijdsafhankelijke verticale beweging willen hebben vanwege het niet te ontkennen belang van wolken en neerslag voor het weer. De meteorologie ontwikkelt zich vaak, ook nu nog, langs pragmatische lijnen.

Dit soort zaken werd in de meteorologische literatuur in de jaren zestig uitgebreid besproken door onderzoekers zoals Lorenz en Winn Nielsen. In die tijd hadden atmosfeermodellen nauwelijks betrouwbare bronnen van energie, en de aanwezigheid van fictieve bronnen van energie was dus een bron van ellende, vooral als je enkele dagen door integreerde. Energiebehoud is belangrijk en dat werkt op allerlei manieren door. Sommige termen worden verwaarloosd omdat ze klein zijn, andere worden weggelaten of aangepast omdat ze fictief energie produceren of vernietigen. Lorenz was in talloze artikelen sterk in het doorvoeren van energetische consistentie van zowel de analytische vergelijkingen met een bepaalde graad van vereenvoudiging (zoals quasi-geostrofisch), als in de numerieke schema's die werden toegepast. In een fraai artikel spande Wiin-Nielsen (1968) zich in om de ingrijpende veranderingen in energieconversietermen te begrijpen als je de hydrostatische aanname maakt, en verder ook term 4 (ew) 'moet' verwaarlozen.

De Engelsen hebben al minstens 20 jaar geleden (White en Bromley 1988; Cullen 1993) term 4 (en dus tevens term 2) weer experimenteel teruggebracht in lange GCM runs, en het bleek dat er aanmerkelijke verschillen door konden ontstaan. Soms leek de systematische fout in zowel de zonaal gemiddelde zonale wind als de Hadleycel kleiner te worden met term 4 (en 2) erbij. Niet-hydrostatische modellen, dan wel quasi-hydrostatische herformulering à la White en Bromley(1995) en Gerkema et al (2008) lijken mij het beste voor zulke tests. Dat duurt vast niet zo lang meer. Nog even en alles zal goedkomen met de Corioliskracht.

Cullen, M. J. P., 1993: The unified forecast/climate model. Meteor. Mag.7..

Gerkema, T., J. T. F. Zimmerman, L. R. M. Maas, and H. van Haren (2008), Geophysical and astrophysical fluid dynamics beyond the traditional approximation, *Rev. Geophys.*, 46, RG2004, doi:10.1029/2006RG000220.

Gerkema, T, 2008: Een kleine geschiedenis van de Corioliskracht. *Meteorologica*, 17, p9-13.

Holton, J. R. 1972: An introduction to Dynamic Meteorology. Academic Press.

Persson, A., 1998: How Do We Understand the Coriolis Force? *Bull. Amer. Meteor. Soc.*, 79, 1373–1385.

Persson, A., 2005: The Coriolis Effect: Four centuries of conflict between common sense and mathematics, Part I: A history to 1885. History of Meteorology 2 (2005), p1 etc.

Persson, A., 2006: Hadley's Principle: Understanding and Misunderstanding the Trade Winds. History of Meteorology 3 (2006), p17 etc

White, A. A., and R. A. Bromley, 1988: A new set of dynamical equations for use in NWP and GCM. Met Office, 13. Branch Memorandum.

White, A. A., and R. A. Bromley, 1995: Dynamically consistent, quasi-hydrostatic equations for global models with a complete representation of the Coriolis force. *Quart. J. Roy. Meteor. Soc.*, 121, 399–418..

Wiin-Nielsen, A. (1968), On the Intensity of the General Circulation of the Atmosphere, *Rev. Geophys.*, 6(4), 559–579.